



PROBLEMAS RESUELTOS



PREGUNTA 01

Hallar el valor de la siguiente serie

$$S = 3 + 9 + 27 + \dots + 729$$

RESOLUCIÓN:

$$S = \underbrace{3^1 + 3^2 + 3^3}_{\times 3} + \dots + 3^6$$

Se observa que son 6 términos, en donde se aplicara la regla practica, tenemos

$$S = \frac{3(3^6 - 1)}{3 - 1} \Rightarrow S = \boxed{1092} \text{ Rpta.}$$





PREGUNTA 02

Hallar el valor de la siguiente serie infinita

$$S = 48 + 24 + 12 + 6 + 3 + \frac{3}{2} + \frac{3}{4} + \dots$$

RESOLUCIÓN:

$$S = 48 + \underbrace{24}_{\cancel{\frac{1}{2}}} + \underbrace{12}_{\cancel{\frac{1}{2}}} + \underbrace{6}_{\cancel{\frac{1}{2}}} + 3 + \frac{3}{2} + \frac{3}{4} + \dots$$

Entonces: $q = \frac{1}{2}$

Multiplicando a toda la serie por $\frac{1}{2}$ se tiene

$$S = 48 + \cancel{24} + \cancel{12} + \cancel{6} + \cancel{3} + \frac{\cancel{3}}{2} + \frac{\cancel{3}}{4} + \dots$$

$$\frac{1}{2}S = \cancel{24} + \cancel{12} + \cancel{6} + \cancel{3} + \frac{\cancel{3}}{2} + \frac{\cancel{3}}{4} + \dots$$

$$S - \frac{1}{2}S = 48 \quad \text{fi} \quad S = \frac{48}{1 - \frac{1}{2}}$$

$$S = \boxed{96} \text{ Rpta.}$$





PREGUNTA 03

Hallar el valor de la siguiente serie

$$S = 32 + 8 + 2 + \frac{1}{2} + \frac{1}{8} + \dots$$

RESOLUCIÓN:

$$\begin{array}{ccccccc}
 & \times \frac{1}{4} & & \times \frac{1}{4} & & \times \frac{1}{4} & \\
 & \text{---} \curvearrowright & & \text{---} \curvearrowright & & \text{---} \curvearrowright & \\
 S = & 32 & + & 8 & + & 2 & + & \frac{1}{2} & + & \frac{1}{8} & + & \dots
 \end{array}$$

Donde: $q = \frac{1}{4}$

$$S = \frac{32}{1 - \frac{1}{4}} \quad \text{Æ} \quad S = \boxed{\frac{128}{3}} \quad \text{Rpta.}$$





PREGUNTA 04

Sumar los términos de la siguiente sucesión:

$$1; 2; 4; 8; \dots; 2^{63}$$

RESOLUCIÓN:

1º método:

Casillero :	1º	2º	3º	4º		64º					
	↓	↓	↓	↓		↓					
$S =$	1	+	2	+	4	+	8	+		+	2^{63}
$- 2S =$			2	+	4	+	8	+		+	$2^{63} + 2^{64}$

$$\therefore S = 2^{64} - 1 = 18446744073709551615$$

2º método:

$$S = 1 + 2 + 4 + 8 + \dots + 2^{63}$$

$\underbrace{\quad \times 2 \quad} \underbrace{\quad \times 2 \quad} \underbrace{\quad \times 2 \quad} \rightarrow \text{Razón Geométrica}$

$$a_1 = 1; \quad n = 64; \quad r = 2$$

Recuerde:

$$S_n = \frac{t_1(r^n - 1)}{r - 1} \rightarrow S = \frac{1(2^{64} - 1)}{(2 - 1)}$$

$$\therefore S = 2^{64} - 1$$





PREGUNTA 05

Calcular:

$$R = 7 + 77 + 777 + \dots + \underbrace{77 \dots 7}_{40 \text{ cifras}}$$

RESOLUCIÓN:

$$\frac{R}{7} = 1 + 11 + 111 + \dots + \underbrace{111 \dots 11}_{40 \text{ cifras}}$$

$$\frac{9R}{7} = 9 + 99 + 999 + \dots + \underbrace{999 \dots 99}_{40 \text{ cifras}}$$

$$\frac{9R}{7} = (10 - 1) + (10^2 - 1) + (10^3 - 1) + \dots + (10^{40} - 1)$$

$$\frac{9R}{7} = (10^1 + 10^2 + 10^3 + \dots + 10^{40}) - 40$$

$$\frac{9R}{7} = \frac{10(10^{40} - 1)}{10 - 1} - 40$$

$$\frac{9R}{7} = \frac{10^{41} - 370}{9}$$

$$\therefore R = \frac{7}{81}(10^{41} - 370)$$

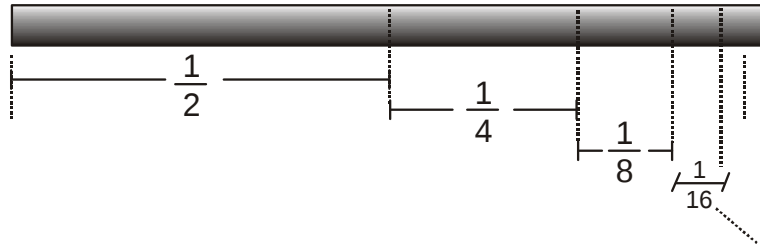




PREGUNTA 06

Se tiene una regla de madera y en ella hacemos una marca en la mitad de la misma, otra marca en su cuarta parte; otra indicando su octava parte y así sucesivamente.

Veamos el siguiente gráfico:



Realizar suma de todas las partes

RESOLUCIÓN:

$$S = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots \infty \Rightarrow S_{\text{límite}} = 1$$

Pero, calcularemos la suma de otra forma, como:

$$S = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \dots \infty$$

Multiplicación por $\frac{1}{2}$ a ambos miembros queda:

$$\frac{1}{2}S = \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \dots \infty$$

Ahora restamos: $S - \frac{1}{2}S = ?$





$$\begin{array}{rcl}
 (-) \quad S: & = & \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \dots \infty \\
 \frac{1}{2}S & = & 0 + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \dots \infty
 \end{array}$$

$$S - \frac{1}{2}S = \frac{1}{2} \quad \begin{array}{l} \text{¡Se cancelan los infinitos términos!} \\ \text{Claro está, excepto el que se muestra} \end{array}$$

$$\left(1 - \frac{1}{2}\right)S = \frac{1}{2} \Rightarrow S = \frac{\frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{2}} = 1$$

y aquí se puede notar que:

$$\Rightarrow S = \frac{\boxed{\frac{1}{2}} \rightarrow \text{Primer término}}{1 - \boxed{\frac{1}{2}} \rightarrow \text{Razón geométrica}} \quad \therefore S = 1$$





PREGUNTA 07

Calcular: $S = 32 + 16 + 8 + 4 + 2 + \dots$

RESOLUCIÓN:

$$S = 32 + 16 + 8 + 4 + 2 + \dots \infty$$

$$\begin{array}{ccccccc} & \swarrow & \searrow & \swarrow & \searrow & \swarrow & \searrow \\ & \times \frac{1}{2} & \times \frac{1}{2} & \times \frac{1}{2} & \times \frac{1}{2} & \times \frac{1}{2} & \times \frac{1}{2} \end{array}$$

Si multiplicamos por la razón: $\frac{1}{2}$

Tendremos:

$$\frac{1}{2}S = 16 + 8 + 4 + 2 + 1 + \dots \infty$$

Restamos: $S - \frac{1}{2}S$

$$\begin{array}{rcl} S: & = & 32 + 16 + 8 + 4 + 2 + \dots \infty \\ (-) & \leftarrow & \frac{1}{2}S = 0 + 16 + 8 + 4 + 2 + \dots \infty \\ \hline S - \frac{1}{2}S & = & 32 \end{array}$$

Como notarás, hemos acomodado convenientemente los términos de ambas expresiones de tal manera que al restar se cancelan términos iguales:

$$\left(1 - \frac{1}{2}\right)S = 32 \Rightarrow \frac{32}{1 - \frac{1}{2}} = 64$$

$$S = \frac{\boxed{32}}{1 - \boxed{\frac{1}{2}}}$$

→ Primer término

→ Razón geométrica

Podemos observar que:





PREGUNTA 08

Calcular el valor de la suma límite en:

$$S = \frac{3}{4} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{2}{9} + \dots$$

RESOLUCIÓN:

Observamos que:

$$S = \frac{3}{4} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{2}{9} + \dots \quad q = \frac{2}{3} < 1$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{\begin{matrix} \times \frac{2}{3} & \times \frac{2}{3} & \times \frac{2}{3} & \times \frac{2}{3} \end{matrix}}$

Luego:

$$S_L = \frac{\frac{3}{4}}{1 - \frac{2}{3}} \rightarrow S_L = \frac{9}{4}$$





PROBLEMAS RESUELTOS



PREGUNTA 01

Hallar el término enésimo de:

$$2 ; 2 ; \frac{9}{2} ; 16 ; \dots\dots\dots$$

- a) $2^{\frac{n-1}{2}}$ b) $2^{\frac{n+1}{2}}$ c) $2^{\frac{n-3}{2}}$
- d) $2^{\frac{n-4}{2}}$ e) N.A.

RESOLUCIÓN:

El término enésimo es:

$$T_n = 2^{\frac{n-1}{2}} \quad \text{Rpta.}$$

Comprobando para cada valor de "n"

$$n = 1 \quad \wedge \quad T_1 = 2^{\frac{1-1}{2}} = 2$$

$$n = 2 \quad \wedge \quad T_2 = 2^{\frac{2-1}{2}} = 2$$

$$n = 3 \quad \wedge \quad T_3 = 2^{\frac{3-1}{2}} = \frac{9}{2}$$





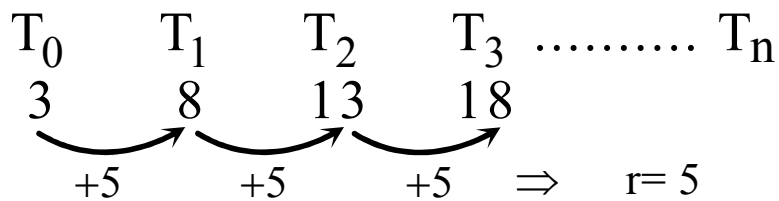
PREGUNTA 02

Hallar el término de lugar 40 en la siguiente sucesión:

8 ; 13 ; 18 ; 23 ;

- a) 203 b) 205 c) 207
d) 204 e) 206

RESOLUCIÓN:



$$T_n = 3 + 5n$$

$$T_{(40)} = 3 + 5(40)$$

$$T_{(40)} = \boxed{203} \text{ Rpta.}$$





PREGUNTA 03

Dada la siguiente sucesión de 15 términos determine la suma de todos ellos.

4 ; 9 ; 14 ; 19 ; ; 69 ; 74

- a) 585 b) 584 c) 589
d) 586 e) 583

RESOLUCIÓN:

$$S = \underbrace{4 + 9 + 14 + 19 + + 69 + 74}_{15 \text{ términos}}$$

Sabemos que:

$$S = \left(\frac{T_1 + T_n}{2} \right) n$$

$$T_1 = 4 ; T_n = 74 ; n = 15$$

$$S = \left(\frac{4 + 74}{2} \right) 15 = 585$$

$$S = \boxed{585} \text{ Rpta.}$$





PREGUNTA 04

Hallar el valor de la siguiente serie infinita.

$$S = 36 + 12 + 4 + \frac{4}{3} + \frac{4}{9} + \dots$$

- a) 53 b) 55 c) 57
d) 54 e) 56

RESOLUCIÓN:

$$S = 36 + 12 + 4 + \frac{4}{3} + \frac{4}{9} + \dots$$

$\underbrace{\hspace{1cm}}_{\times \frac{1}{3}} \quad \underbrace{\hspace{1cm}}_{\times \frac{1}{3}} \quad \underbrace{\hspace{1cm}}_{\times \frac{1}{3}} \Rightarrow q = \frac{1}{3}$

Sabemos: $S = \frac{T_1}{1 - q}$

$$T_1 = 36 \quad ; \quad q = \frac{1}{3}$$

$$S = \frac{36}{1 - \frac{1}{3}} = \boxed{54} \text{ Rpta.}$$





PREGUNTA 05

Calcular: $S = \underbrace{2 + 4 + 8 + 16 + \dots}_{12 \text{ términos}}$

- a) 8 192 b) 8 194 c) 23456
d) 8 293 e) 8 195

RESOLUCIÓN:

Sabemos:

$$S = \frac{T_1 (q^n - 1)}{q - 1}$$

$$q = 2 ; T_1 = 2 ; n = 12$$

$$S = \frac{2(2^{12} - 1)}{2 - 1} = 8192$$

$$S = \boxed{8192} \text{ Rpta.}$$





PREGUNTA 06

Hallar:

$$S = 1 + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) + \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{6} \right) + \left(\frac{1}{8} - \frac{1}{12} \right) + \dots$$

- a) $\frac{4}{5}$ b) $\frac{4}{7}$ c) $\frac{4}{6}$
d) $\frac{4}{9}$ e) 4

RESOLUCIÓN:

Desdoblado se tiene:

$$S_1 = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots \quad S_1 = \frac{T_1}{1-q} = \frac{1}{1-\frac{1}{2}} = 2 \rightarrow S_1 = 2$$

$$S_2 = -\frac{1}{3} - \frac{1}{6} - \frac{1}{12} - \dots$$

$$S_2 = \frac{T_1}{1-q} \Rightarrow \frac{-\frac{1}{3}}{1-\frac{1}{2}} = -\frac{2}{3} \rightarrow S_2 = -\frac{2}{3} \quad S = S_1 + S_2 = 2 - \frac{2}{3} = \boxed{\frac{4}{3}} \text{ Rpta.}$$





PREGUNTA 07

Calcular: $S = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \dots + \frac{1}{420}$

a) $\frac{20}{21}$

b) $\frac{20}{17}$

c) $\frac{20}{19}$

d) $\frac{20}{13}$

e) 1

RESOLUCIÓN:

$$S = \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \dots + \left(\frac{1}{20} - \frac{1}{21}\right)$$

Simplificando:

$$S = 1 - \frac{1}{21} = \boxed{\frac{20}{21}} \text{ Rpta.}$$





PREGUNTA 08

Hallar el término que sigue en:

$$\frac{4}{7} ; \frac{8}{11} ; \frac{4}{5} ; \frac{16}{19} ; \dots$$

RESOLUCIÓN:

$$\frac{4}{7} ; \frac{8}{11} ; \frac{12}{15} ; \frac{16}{19} = \frac{\boxed{20}}{\boxed{23}}$$

$$\frac{20}{23}$$

Rpta.

